К поиску третьего интеграла движения в Галактике

Авторы: Шилова Анастасия, Валеева Лейсан, Сысоев Данил, Танаев Владислав, Аверьянов Андрей

Руководители: Антон Бирюков (ГАИШ МГУ), Тамара Молярова (ИНАСАН)

АННОТАЦИЯ

На данном этапе работы мы искали интеграл движения в Галактике, предполагая для него форму $I_3 = R^a \cdot |z|^b \cdot |V_R|^c \cdot |V_z|^d$, где R и z – цилиндрические координаты тела, а (a,b,c,d) – независимые параметры в диапазоне от -1 до 1. Мы показываем, что для реалистичной модели потенциала такая величина остается постоянной на уровне лучше 30% в для большинства начальных условий.

ЧТО ТАКОЕ ИНТЕГРАЛ ДВИЖЕНИЯ?

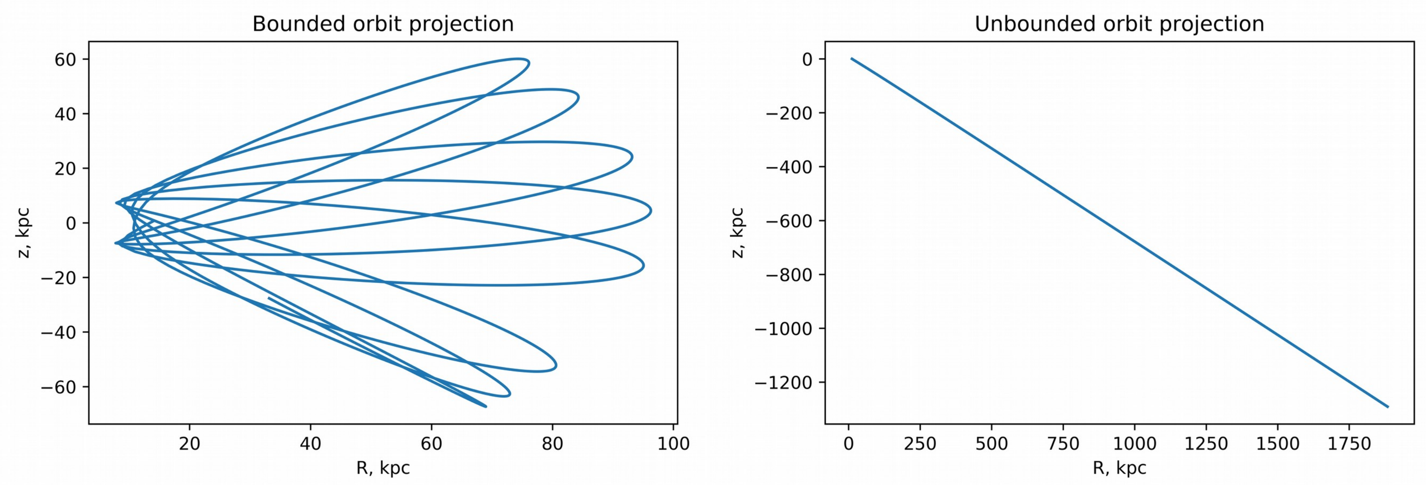
Рассмотрим звезду в гравитационном поле Галактики. Мы будем искать такую комбинацию координат и компонентов скорости этой звезды которая остается постоянной в ходе движения (будучи разной для разных звезд). Это – интеграл движения. Таковым являются «постоянная энергии» или проекция момента импульса на ось вращения Галактики. Однако, в нашей Галактике, вероятно, существует еще один – «третий интеграл» движения: универсальная функция $I_3 = I_3(x, y, z, V_x, V_y, V_z)$ значение которой для разных звезд различно, но сохраняется вдоль орбиты любой звезды в Галактике. Далее, вместо декартовых координат x, y и z мы будем пользоваться цилиндрическими координатами $R = \sqrt{x^2+y^2}$, z и ϕ, где R – это проекция радиус-вектора звезды на плоскость Галактики, а ϕ – угол между этой проекцией и направлением на Солнце.

ПОЧЕМУ ЭТО ВАЖНО?

Во-первых, это позволяет подтвердить предположения о существовании третьего интеграла движения (в дополнение к интегралу энергии и момента импульса) в Галактике, высказывавшиеся ранее [см, например, Bienaymé et al. 2015]. А кроме того, если существует достаточно удачная комбинация координат и скоростей звезды, которая в разумных пределах остаётся постоянной в ходе ее движения, то производная этой величины может стать дополнительным условием, позволяющим оценить компоненты полной скорости или радиус-вектора звезды, когда они известны не полностью. Что может быть использовано для радиопульсаров, для которых мы не знаем лучевых скоростей, но знаем их положение в Галактике и собственное движение по небу.

КАК ИСКАТЬ ИНТЕГРАЛ ДВИЖЕНИЯ?

Пользуясь открытой программой `galpot`, реализующей модель потенциала Галактики из работы [McMillan 2016], мы сгенерировали 10^4 траекторий пробных тел, начальные координаты которых независимо и равномерно генерировались случайным образом в диапазонах $0 \leq R \leq 20$ кпк, $-1 \leq z \leq 1$ кпк, а скорости V_R, V_z и V_ϕ брались также случайно в диапазоне от -10^3 до 10^3 км/с каждая. Большинство орбит, при этом, получались гравитационно не связанными с галактикой. Для каждой траектории считалось 10^4 точек с интервалом 10 млн. лет – на полном интервале в 10 млрд. лет. Примеры траекторий показаны на на рисунках ниже (слева – для связанной траектории, а справа для несвязанной):



Мы предположили, что третий интеграл не зависит ни от угла ϕ, ни от V_ϕ явно. В такой форме он заведомо не сможет явно зависеть от сохраняющихся полной энергии и проекции момента импульса звезды. Поэтому, мы использовали для I_3 следующий анзац (некую догадку о его виде): $I_3 = R^a \cdot |z|^b \cdot |V_R|^c \cdot |V_z|^d$, где (a,b,c,d) независимы и изменяются в диапазоне от -1 до 1. Последнее возможно, так как сохраняющуюся величину всегда можно возвести в степень $(a^2+b^2+c^2+d^2)^{-1/2}$ (если только все четыре параметра не равны одновременно нулю). Четверка чисел (a,b,c,d) генерировалась случайным образом. После этого для **каждой траектории** (для всех ее точек) рассчитывались значения $I_3(a,b,c,d)$, затем определялось среднее значение $m = \langle I_3(a,b,c,d) \rangle$ и стандартное отклонение $s = \sqrt{\sigma^2[I_3(a,b,c,d)]}$. Отношение $|s/m|$ показывало степень постоянства тестирумой формулы вдоль данной траектории. После обработки всех 10^4 траекторий строилось распределение отношений $|s/m|$ (пример которого показан на Рис. 1) и определялся 95%-й квантиль Q_{95}, такой, что для 9500 траекторий из списка $|s/m| < Q_{95}$, а для оставшихся 500 наоборот $|s/m| > Q_{95}$. Таким образом, величина Q_{95} характеризует выбранный набор параметров : она показывает, что выражение остается постоянным с относительной точностью лучше Q_{95} для 95% всех траекторий.

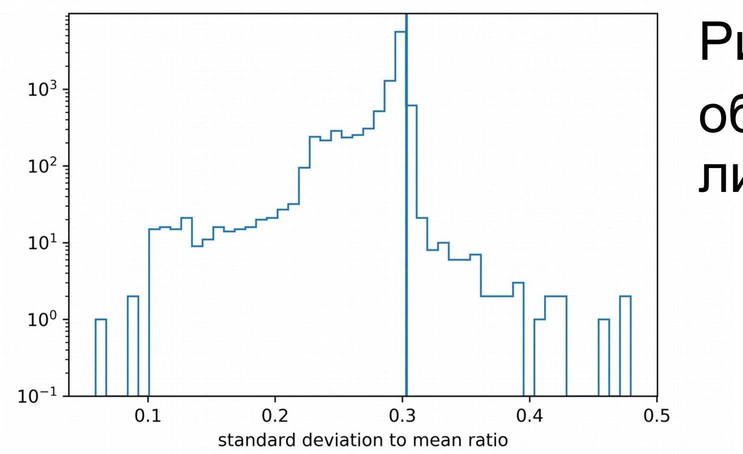


Рис. 1. Значение Q_{95} обозначено вертикальной линией.

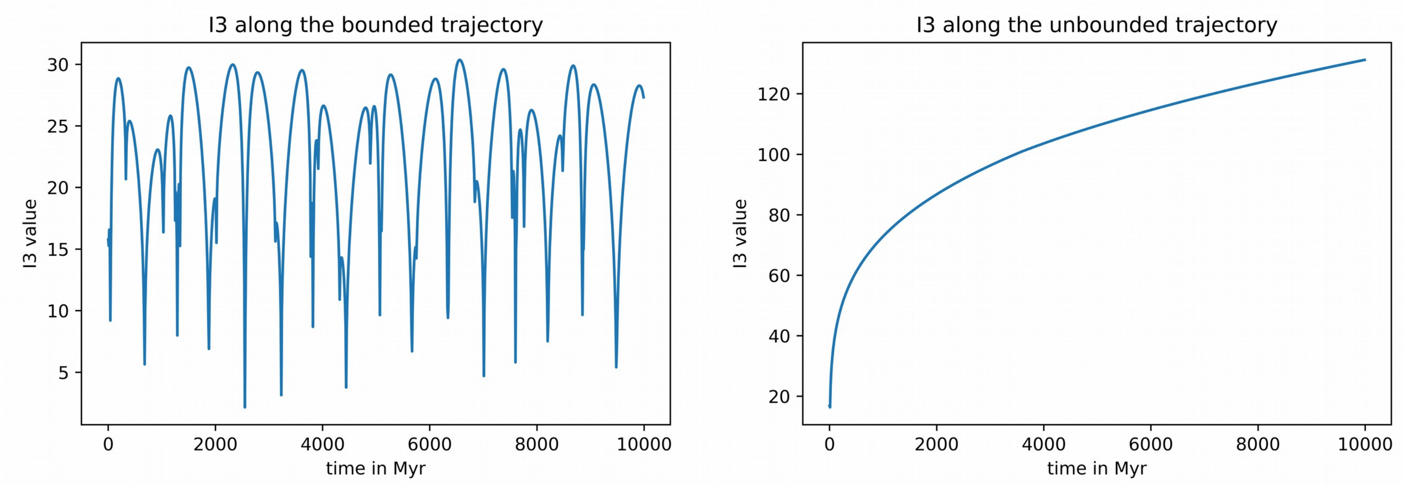


Рис. 2 (слева) и 3 (справа)

ЧТО ПОЛУЧИЛОСЬ И ЧТО ДАЛЬШЕ?

Перебрав около 6000 вариантов (a,b,c,d) параметров мы нашли, что значения Q_{95} >~ 0.3-0.35 в тех случаях, когда как минимум две из четырех величин (a,b,c,d) были больше 0.25. **Лучший найденный результат дал следующий набор параметров: a = 0.288, b = 0.119, c = 0.309, d = 0.066, для которого Q_{95} = 0.303**. Примеры зависимости $I_3(t)$ для связанной и несвязанной траекторий показаны на Рис. 2 и 3 соответсвенно. Значения $|s/m|$ в этих случаях равны 0.24 и 0.29.

Таким образом, мы протестировали один класс выражений для возможного третьего интеграла движения в Галактике и нашли, что он не позволяет достичь сохраняемости лучше чем ~30%. В дальнейшем мы планируем оптимизировать алгоритм поиска минимального значения Q_{95}, а также рассмотрим другие анзацы для I_3.

ЛИТЕРАТУРА

[1] O. Bienaymé et al., https://arxiv.org/abs/1608.01682

[2] Paul J. McMillan, https://arxiv.org/abs/1608.00971

[3] Лекция 5 из курса «Звездная астрономия», https://postnauka.ru/courses/43956#id36218

[4] Лекции 9-10, 15-16 курса «Звездная астрономия», http://www.astronet.ru/db/msg/1245721/